



Procés selectiu per cobrir 17 places de professor/a titular secundària A,  
especialitat **Matemàtiques** grup A1,  
mitjançant concurs oposició d'accés lliure.

Durada: 1 hora 15 minuts

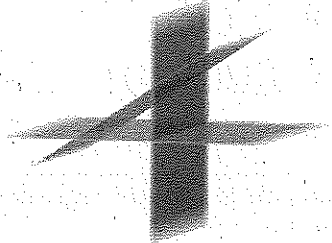
Encerts: 0,20 punts. En blanc: No resten

Errades: -0,05 punts

**Puntuació màxima 10 punts, mínim per superar la prova 5 punts.**

1. Si escrivim el sistema format per les equacions dels tres plans que mostra la figura (que poden ser les cares laterals d'un prisma), classifiqueu el sistema.

- A) Sistema compatible determinat  
B) Sistema compatible indeterminat amb un grau de llibertat  
C) Sistema compatible indeterminat amb dos graus de llibertat  
 D) Sistema incompatible



2. Quantes xifres té l'expressió en base 2 del nombre que en base 10 és el 65?

- A) 2                      B) 4                      C) 6                       D) 7

3. L'equació  $4x + 2y^2 + 1 = 0$ , a quina corba correspon?

- A) No hi ha cap punt que compleixi aquesta equació.  
B) A una el·lipse  
 C) A una paràbola amb la recta directriu vertical  
D) A una paràbola amb la recta directriu horitzontal

4. Donades, a l'espai  $\mathbb{R}^3$  les rectes  $(x, y, z) = (1, 2, -1) + \lambda \cdot (3, 1, 2)$  i  $(x, y, z) = (4, 3, 1) + \mu \cdot (2, 2, -1)$  quin dels següents és el pla que les conté totes dues?

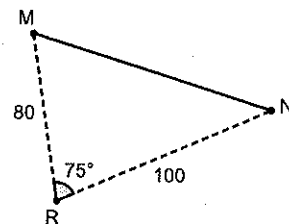
- A)  $5x - 7y - 4z = 0$                       B)  $2x - 2y - z - 13 = 0$   
C)  $3x + y + 2z = 0$                        D)  $5x - 7y - 4z + 5 = 0$

5. El nombre  $4^3 + 8^2$  es pot escriure com una potència de 2. Quin n'és l'exponent?

- A) 12                      B) 9                       C) 7                      D) 5

6. En una estació de radar es detecten dos vaixells, **M** i **N** a distàncies de l'estació de 80 km i 100 km, respectivament. L'angle que formen les dues visuals és de  $75^\circ$ . Quin procediment serà útil per deduir la distància que separa els dos vaixells?

- A) El teorema dels sinus  
 B) El teorema del cosinus  
C) Dues aplicacions del teorema de Pitàgores  
D) Qualsevol de les opcions anteriors



7. A què és igual el  $\cos(90^\circ + \alpha)$ ?

- A)  $\sin \alpha$                        B)  $-\sin \alpha$                       C)  $\cos \alpha$                       D)  $-\cos \alpha$

8. Donada la circumferència d'equació  $x^2 + y^2 = 25$ , quin és el pendent de la recta tangent en el punt (3,4)?

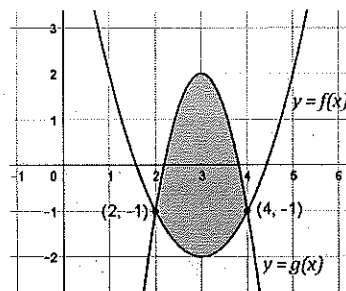
- A)  $\frac{4}{3}$       B)  $-\frac{4}{3}$       C)  $\frac{3}{4}$       **D)  $-\frac{3}{4}$**

9. Què podem assegurar de l'equació  $5 \cdot 7^{2x} + 5 \cdot 7^x + 7 = 0$ ?

- A)** Que no té solució real.  
B) Que té dues solucions reals, totes dues positives.  
C) Que té dues solucions reals, totes dues negatives.  
D) Que té dues solucions reals, una positiva i l'altra negativa

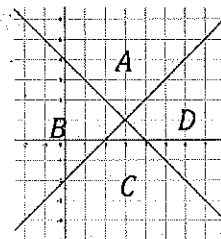
10. Quina de les expressions següents ens permet calcular l'àrea ombrejada, compresa entre les corbes  $y = f(x)$  i  $y = g(x)$ ?

- A)  $\int_2^4 f(x)dx - \int_2^4 g(x)dx$   
**B)  $|\int_2^4 (f(x) - g(x))dx|$**   
C)  $\int_2^4 (f(x) + 1)dx + \int_2^4 (g(x) + 1)dx$   
D) Cap de les anteriors. És imprescindible emprar els punts de tall amb l'eix de les  $x$ .



11. Quina de les quatre regions del pla correspon al conjunt de punts que compleixen  $x + y \geq 4$  i  $x - y \leq 2$ ?

- A)**      B)      C)      D)



12. Quants sumands (nombres imparells consecutius) hem d'agafar en la suma

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + \dots$$

perquè el resultat superi 2020?

- A) 20      B) 44      **C) 45**      D) 89

13. Quina de les funcions següents és una primitiva de  $f(x) = \cos(4x)$ ?

- A)  $F(x) = \sin(4x)$       **B)  $F(x) = \frac{\sin(4x)}{4}$**       C)  $F(x) = \sin(2x^2)$       D)  $F(x) = 4 \sin(4x)$

14. Si  $i$  és la unitat imaginària, quants valors diferents pot tenir  $i^n$  si la  $n$  recorre tots els nombres enters positius?

- A) 1      B) 2      C) 3      **D) 4**

15. En un triangle indiquem els angles com  $\alpha, \beta, \gamma$ . Quina de les igualtats següents és certa amb seguretat?

- A)  $\sin \alpha = \cos(\beta + \gamma)$       B)  $\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \gamma + \sin \gamma \cos \alpha = 1$   
**C)  $\tan \alpha + \tan \beta + \tan \gamma = \tan \alpha \tan \beta \tan \gamma$**       D)  $\tan \alpha = \tan(\beta + \gamma)$

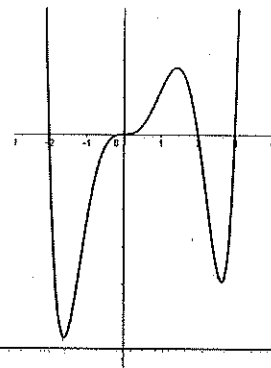
16. Quants nombres naturals compleixen la propietat que el 55 és el més gran dels seus divisors propis?

- A) 2      **B) 3**      C) 4      D) 6

17. Una matriu idempotent és aquella matriu  $A$  que compleix  $A^2 = A$ . Per a quin valor d' $a$  la matriu  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a & 1 \end{pmatrix}$  és idempotent?

- A)  $a = 0$       B)  $a = 1$       C)  $a = -1$       D) cap de les anteriors

18. La gràfica mostra tots els màxims, mínims i punts d'inflexió d'una funció  $y = f(x)$ . Observeu que per a  $x = 0$  hi ha un punt d'inflexió amb la tangent horitzontal. Quina de les següents pot ser la funció?



- A)  $f(x) = x^3(x-2)(x+2)(x-3)$   
 B)  $f(x) = x^3(x-2)(x+2)(x+3)$   
 C)  $f(x) = x^2(x-2)(x+2)(x-3)$   
 D)  $f(x) = x^2(x-2)(x+2)(x+3)$

19. Què podem assegurar de  $\sqrt{17}$ ?

- A) Que és un nombre racional.  
 B) Que no és un nombre enter ni un nombre racional.  
 C) Que no és un nombre enter, però que pot ser un nombre racional.  
 D) Que, en cas que sigui racional, serà un decimal periòdic.

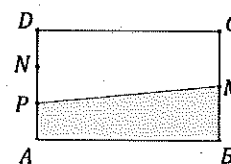
20. Quin és el domini de la funció  $f(x) = \sqrt{2x+6}$ ?

- A)  $(-\infty, -3]$       B)  $(-3, \infty)$        C)  $[-3, \infty)$       D)  $(-\infty, -3]$

21. Un aparell físic conté un pla pel qual es poden moure partícules per l'efecte de camps magnètics. Hi ha un camp magnètic generat per un conductor rectilini. Hi ha un altre camp magnètic generat per un nucli puntual. Tots dos camps exerceixen una força d'atracció proporcional a la distància. Quina trajectòria descriurà una partícula que es mogui en aquest pla i no sigui absorbida per cap dels dos camps?

- A) Una paràbola      B) Una branca d'una hipèrbola  
 C) Una el·lipse      D) Pot dependre de la distància entre la recta i el nucli

22. En un rectangle  $ABCD$  hem dividit el costat  $BC$  en dues parts iguals i el costat  $DA$  en tres parts iguals i hem construït el quadrilàter  $ABMP$ . Quina fracció de l'àrea del rectangle  $ABCD$  representa l'àrea ombrejada?



- A)  $\frac{5}{12}$       B)  $\frac{3}{8}$       C)  $\frac{4}{9}$       D)  $\frac{3}{5}$

23. Quant és  $\log_{10}(100^5)$ ?

- A) 10      B) 5      C)  $\frac{5}{2}$       D) 32

24. Donats els dos conjunts  $A$  i  $B$ , indiquem amb  $\bar{A}$  i  $\bar{B}$  els seus complementaris respecte el conjunt universal. A quin dels conjunts següents és igual  $\overline{A \cap B}$ ?

- A)  $\bar{A} \cap \bar{B}$       B)  $\bar{A} \cap B$        C)  $\bar{A} \cup \bar{B}$       D)  $\bar{A} \cup B$

25. Quin és el valor més petit de  $n$  per al qual el nombre complex de mòdul 1 i argument  $30^\circ$ , que indicarem com  $z = 1_{30^\circ}$  compleix que  $z^n = z$ ?

- A) 10      B) 12       C) 13      D) No hi ha cap valor de  $n$  que ho compleixi.

26. Si  $x = 1$  és una arrel de l'equació algebraica  $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n = 0$ , quina de les afirmacions següents és certa amb seguretat?

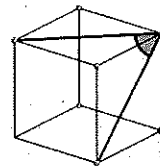
- A) La suma dels coeficients,  $a_0 + a_1 + \dots + a_n$  és 1.
- B) La suma dels coeficients,  $a_0 + a_1 + \dots + a_n$  és 0.
- C) El terme independent  $a_0$  és igual a 0.
- D) El terme independent  $a_0$  és igual a 1.

27. Considereu els vectors de  $\mathbb{R}^3$  següents:  $\vec{u} = (1, 2, 3)$ ,  $\vec{v} = (a, 4, 6)$  i  $\vec{w} = (-1, a, -3)$ . Per quins valors del paràmetre  $a$  són linealment dependents?

- A) Per a qualsevol valor del paràmetre  $a$
- B) Només per al valor  $a = 2$
- C) Per als valors  $a = 0$  i  $a = 2$
- D) Per als valors  $a = 2$  i  $a = -2$

28. Quin angle formen dues diagonals de les cares d'un cub que concorren en un vèrtex?

- A)  $90^\circ$
- B)  $60^\circ$
- C)  $45^\circ$
- D) Un altre valor



29. Per demostrar, sense ordinador ni calculadora, que l'equació  $e^{-x} - x - 2 = 0$  té una solució real en l'interval  $[-1, 0]$  podem utilitzar:

- A) Teorema de Bolzano
- B) Teorema de Rolle
- C) Teorema de Cauchy
- D) Regla de l'Hôpital

30. Donats tres vectors qualssevol de l'espai  $\mathbb{R}^3$ , quina de les afirmacions següents és certa?

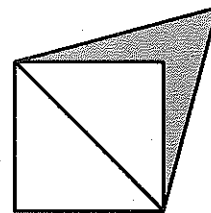
- A) Sempre són una base
- B) Només són una base si no hi ha el  $(0, 0, 0)$
- C) Mai són una base
- D) Només són una base si són linealment independents

31. En una progressió geomètrica de nombres positius el producte dels 12 primers termes és  $64 = 2^6$ . Quin és el producte dels termes 6è i 7è d'aquesta progressió?

- A) 2
- B)  $\frac{1}{2}$
- C) 1
- D) Pot tenir molts valors diferents

32. La figura mostra un quadrat de costat 2 i un triangle equilàter que té com a costat una diagonal del quadrat. Quant val l'àrea de la part del triangle que queda fora del quadrat?

- A)  $\sqrt{6} - 2$
- B)  $2(\sqrt{2} - 1)$
- C)  $2(\sqrt{3} - 1)$
- D)  $\sqrt{3}$



33. Quina és l'equació de la mitjana que passa pel vèrtex  $A$  en el triangle de vèrtexs  $A = (0, 2)$ ,  $B = (3, -1)$  i  $C = (1, -3)$ ?

- A)  $x - y = 0$
- B)  $2x + y - 2 = 0$
- C)  $x - y + 2 = 0$
- D)  $5x + y - 2 = 0$

34. Disposem d'una urna **M** amb 5 boles blanques i 6 de negres, i una altra urna **N** amb 4 boles blanques i 5 de vermelles. Traiem una bola de cada urna. Quina és la probabilitat que les dues boles extretes siguin de diferent color?

- A)  $\frac{79}{99}$
- B)  $\frac{49}{99}$
- C)  $\frac{50}{99}$
- D)  $\frac{70}{99}$

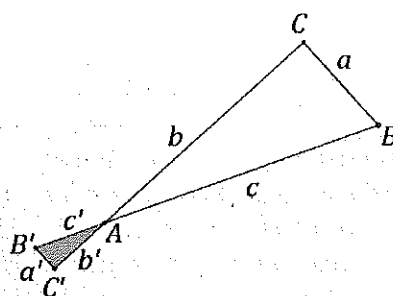
35. En un restaurant ofereixen un «menú D» amb 2 primers plats, 3 segons plats i 2 postres diferents, i un «menú V» amb 2 primers plats, 2 segons plats i 4 postres. Avui hi han anat a dinar  $n$  persones i totes han menjat un menú diferent en algun aspecte. Quin és el màxim valor que pot tenir  $n$ ?

- A) 15                       B) 28                      C) 56                      D) 192

36. Quan és aplicable la fórmula d'Heró,  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ , per al càlcul de l'àrea  $S$  d'un triangle, on  $a$ ,  $b$  i  $c$  són les longituds dels costats i  $p = \frac{a+b+c}{2}$  és el semiperímetre? Aquesta fórmula és útil en situacions pràctiques, quan es poden mesurar els costats però es fa difícil mesurar les altures.

- A) Si es desconeix la mida d'un costat.                      B) La fórmula indicada no és vàlida mai.  
 C) Només per als triangles rectangles.                       D) Per a qualsevol triangle.

37. En un triangle  $ABC$  de costats  $a = 5$ ,  $b = 12$  i  $c = 13$  prolonguem, a partir del vèrtex  $A$ , els costats  $b$  i  $c$ , tots dos en la mateixa proporció, i així obtenim un nou triangle  $AB'C'$  en el qual  $b' = 3$ . Quina és l'àrea d'aquest nou triangle?



- A) 15      B)  $\frac{15}{4}$       C)  $\frac{15}{6}$        D)  $\frac{15}{8}$

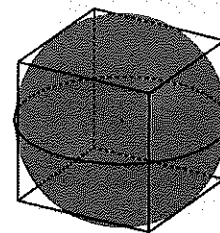
38. A l'espai  $\mathbb{R}^3$  posem  $\vec{w} = \vec{u} \wedge \vec{v}$ , el producte vectorial dels vectors  $\vec{u}$  i  $\vec{v}$ . Què podem assegurar que es compleix?

- A)  $\vec{w}$  és coplanari amb  $\vec{u}$  i  $\vec{v}$ .                      B)  $\vec{w}$  és paral·lel a  $\vec{u} + \vec{v}$ .  
 C)  $\vec{w}$  és ortogonal a  $\vec{u}$  i a  $\vec{v}$ .                      D)  $\vec{w} = 0$  si i només si  $\vec{u}$  i  $\vec{v}$  són independents.

39. Què es pot afirmar de la corba de la distribució normal o campana de Gauss?

- A) Que no presenta simetria  
 B) Que presenta simetria respecte la desviació estàndard  
 C) Que presenta simetria respecte la variància  
 D) Que presenta simetria respecte de la mitjana

40. Una esfera té el seu centre en el centre d'un cub de 3 cm d'aresta i és tangent a totes les arestes del cub. Quin és el volum d'aquesta esfera expressat en  $\text{cm}^3$ ?



- A)  $18\pi\sqrt{2}$                       B)  $18\pi$   
 C)  $9\pi\sqrt{2}$                       D) 27

41. Quins dels punts notables d'un triangle pot succeir que quedin a fora del triangle?

- A) només l'ortocentre  
 B) només el circumcentre  
 C) l'ortocentre i el circumcentre  
 D) ni el baricentre, ni el circumcentre ni l'ortocentre poden quedar fora del triangle

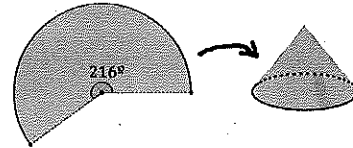
42. Indiqueu quina de les propietats següents de nombres combinatoris -concreció de propietats generals- no és certa o bé indiqueu que creieu que són certes totes tres.

- A)  $\binom{2020}{20} = \binom{2020}{2000}$       B)  $\binom{2019}{19} + \binom{2019}{20} = \binom{2020}{20}$       C)  $\binom{2020}{2020} = \binom{2019}{2019}$        D) Són certes totes tres.

43. En un determinat moment d'un partit, la mitjana de les alçades de les cinc jugadores d'un equip de bàsquet que són en pista és de 185 cm. Fan un canvi, entra una jugadora de 195 cm i la mitjana augmenta a 189 cm. Quina és l'alçada de la jugadora substituïda?

- A) 170 cm      B) 172 cm       C) 175 cm      D) 185 cm

44. En un cercle de radi 5 cm hem retallat un sector circular que correspon a un angle central de  $216^\circ = \frac{3 \cdot 360^\circ}{5}$ . Amb aquest sector circular construïm el con que el pot tenir com a desplaçament. Quin és el volum d'aquest con?



- A)  $12\pi \text{ cm}^2$       B)  $15\pi \text{ cm}^2$       C)  $30\pi \text{ cm}^2$       D)  $\frac{100}{3}\pi \text{ cm}^2$

45. Quina de les opcions de resposta NO defineix el fet que dos esdeveniments  $M$  i  $N$  d'una experiència aleatòria són independents?

Nota: s'indica com  $p(M|N)$  la probabilitat de  $M$  condicionat a  $N$ .

- A)  $P(M \cap N) = P(M) \cdot P(N)$       B)  $P(M|N) = P(M)$   
 C)  $P(M \cap N) = P(M) = P(N)$       D)  $P(N|M) = P(N)$

46. En la fitxa tècnica d'una enquesta electoral llegim: «La mostra la formaven 1.646 persones, distribuïdes segons les quotes de sexe, edat, i mida del hàbitat. El marge d'error és de  $\pm 2,5\%$  per a un nivell de confiança del 95% i el supòsit de màxima indeterminació ( $p=q=50\%$ )». Com creieu que seria més encertat anunciar el resultat de l'enquesta si el partit que ha tret més vots en l'enquesta és el partit «PMN», amb un 30% i el segon és el «PRS» amb un 28,5%?

- A) El PMN guanyarà segur les eleccions al davant del PRS.  
 B) El PMN traurà entre un 29,75% i un 30,25% de vots.  
 C) El PMN traurà entre un 27,5% i un 32,5% de vots.  
 D) El PMN traurà entre un 20% i un 40% de vots.

47. Suposem que  $y = f(x)$  és una funció contínua i derivable en un entorn del punt  $x = a$ , per a la qual es compleix que  $f'(x)$  és creixent en aquest entorn i que  $f'(a) = 0$ . Què podem assegurar?

- A)  $f(x)$  té un punt d'inflexió en  $x = a$ .  
 B)  $f(x)$  és còncava cap avall ( $\cap$ ).  
 C)  $f(x)$  és còncava cap amunt ( $\cup$ ).  
 D)  $f(x)$  té un mínim en el punt  $x = a$ .

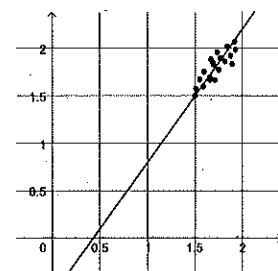
48. D'una equació de tercer grau  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  amb  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  sabem que les seves arrels són  $x = 1$ ,  $x = \sqrt{2}$  i  $x = -\sqrt{2}$ . Quin és el valor de  $d$ ?

- A) 0       B) 2      C) -2      D) 1

49. La funció  $f(x) = 2^{4x-x^2}$  té un únic extrem (un màxim o un mínim). En quin punt?

- A) (2, 16)      B) (0, 1)      C) (4, 1)      D)  $(-2, \frac{1}{2^{12}})$

50. El coeficient de correlació entre l'alçada i l'envergadura de les persones adultes és habitualment molt alt: en el cas de la mostra de la figura, on  $x$ : alçada,  $y$ : envergadura, és 0,85. Quina de les següents pot ser la recta de regressió lineal, que teniu dibuixada?



- A)  $y = 0,85x - 0,85$       B)  $y = 0,85x$   
 C)  $y = 1,4x - 0,6$       D)  $y = 1,4x + 0,85$

## Qüestions suplents

1. Un sector circular d'un cercle de radi 3 té àrea  $\frac{18\pi}{5}$  cm<sup>2</sup>. Quina és la longitud de l'arc d'aquest sector, expressada en cm?

A)  $\frac{10\pi}{3}$

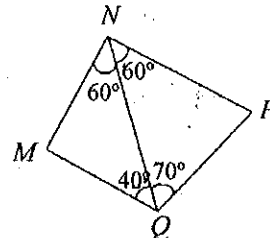
B)  $\frac{9\pi}{5}$

C)  $\frac{14\pi}{5}$

D)  $\frac{12\pi}{5}$

2. Quin dels cinc segments que formen la figura adjunta és el més llarg?

Nota: la figura només és orientativa; no està feta seguint estrictament les dades de l'enunciat.



A)  $MQ$

B)  $QP$

C)  $PN$

D)  $NQ$

3. Es tiren simultàniament dos daus perfectament equilibrats, idèntics, amb les cares numerades de l'1 al 6. Quina és la probabilitat que en algun dau surti un 2?

A)  $\frac{1}{6}$

B)  $\frac{1}{3}$

C)  $\frac{11}{36}$

D) Cap de les anteriors

4. El vector  $\vec{w}$  té com a components en la base canònica  $\vec{w} = (7, -1)$ . Quines són les components de  $\vec{w}$  en la base formada pels vectors  $\vec{u} = (3, 2)$  i  $\vec{v} = (-1, 5)$ ?

A)  $(-2, 1)$

B)  $(1, -3)$

C)  $(3, -2)$

D)  $(2, -1)$

